RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 5 luglio 1903.

Matematica. — *Le trasformazioni infinitesime applicate ad una forma differenziale di ordine r.* Nota IV del Corrispondente Ernesto Pascal.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisiologia. — *Sui così detti composti salino-proteici.* Nota II del Corrispondente Giulio Fano e del dott. Paolo Enriquez.

In questa Nota, continuazione di quella già pubblicata collo stesso titolo, presentiamo le Tabelle delle esperienze che abbiamo più sopra citate.

SERIE I.

Siero di maiale 50 cc., a cui si aggiunge acido acetico 0,5 cc. (1); la reazione è distintamente acida. Nei recipienti **A** e **B** si versano successivamente:

A		**B**	
Siero acido	cc. 20,0	Siero acido	cc. 20,0
Cloruro ferrico	» 0,5	Ferrocianuro potassico . .	» 0,5

(1) Ciascun reagente adoperato in questa, come nelle altre esperienze ha sempre la stessa concentrazione, cosicchè la indicazione delle quantità in cc. esprime dati tra loro paragonabili; quando si è usato un reattivo in concentrazione differente dal solito, ciò è esplicitamente ricordato.

Ferrocianuro potassico . . cc. 0,5
Acido acetico . . . . . » 0,3
Cloruro ferrico. . . . . » 0,5
Ferrocianuro potassico . . » 0,5
(Reazione intensamente acida).

Cloruro ferrico. . . . . cc. 0,5
Acido acetico . . . . . » 0,3
Ferrocianuro potassico . . » 0,5
Cloruro ferrico. . . . . » 0,5
(Reazione intensamente acida).

In ambedue i casi, nessuna traccia della reazione del ferro.

Su 50 cc. di siero, 1 cc. di acido acetico.

A

Siero acido . . . . . cc. 10,0
Clor. Fe . . . . . » 0,5
Ferroc. K . . . . . » 0,5
Ferroc. K concentrato
Clor. Fe . . . . . » 0,5
(La reazione del ferro avviene solo per quest'ultima aggiunta).

B

Siero acido . . . . . cc. 10,0
Ferroc. K conc. . . . . » 3,0
Clor. Fe . . . . . » 0,5
(Reazione del ferro potente).

C

Cloruro ferrico. . . . . cc. 0,5
Ferroc. K . . . . . » 0,5
(Reazione del ferro intensissima).
Siero acido . . . . . cc. 10,0
(La reazione rimane).

D

Siero acido . . . . . cc. 10,0
Ferroc. K . . . . . » 0,5
Cloruro ferrico. . . . . » 0,5
(Nessuna reazione).

E

Siero acido . . . . . cc. 5,0
Ferroc. K conc. . . . . » 2,0
Cloruro Fe . . . . . » 0,5
(Nessuna reazione).

5 cc. di siero acido nascondono al massimo 1,2 cc. di cloruro ferrico. Però, quando una tale quantità di sale ferrico sia aggiunta al siero, si può ottenere la reazione, mediante aggiunta in notevole quantità di ferrocianuro potassico concentrato.

A

Siero acido . . . . . cc. 3,0
Clor. Fe . . . . . » 0,5
Solfocianuro K anche moltissimo senza che avvenga la reazione.

B

Siero acido . . . . . cc. 3,0
Solfocianuro K . . . . » 0,5
Clor. Fe . . . . . » 0,5
(Nessuna reazione).
Clor. Fe conc., in notevole quantità.
(Compare la reazione del ferro).

A

Siero . . . . . cc. 10,0
Ac. acetico . . » 0,3
Clor. Fe . . . » 0,5
Ac. salicilico . . » 0,5
(Nessuna reazione).

B

Acqua . . . . cc. 10,0
Ac. acetico . . » 0,3
Clor. Fe . . . » 0,5
Ac. salicilico . . » 0,5
(Reazione violetta intensa).

C

Carbonato NH_4 . . cc. 10,0
Clor. Fe . . . . » 0,5
Ac. salicilico . . » 0,5
(Reazione arancione intensa).

A

Siero . . . . . cc. 10,0
Ac. acetico . . » 0,3
Clor. Fe . . . » 0,5
Solfuro ammonico » 0,7

B

Acqua . . . . ce. 10,0
Clor. Fe . . . » 0,5
Solfuro amm. . . » 0,7

C

Siero . . . . . cc. 10,0
Solfuro amm. . . » 0,7
Ac. acetico . . . » 0,3

(In **B** si ha una reazione debolissima, appena aggiunti i reattivi; in **A**, dapprima non si ha nulla, ma dopo poco la reazione del ferro avviene, come dimostra il confronto col colore della provetta **C**, nella quale manca uno dei reagenti).

Anche l'acido tannico, in quantità tale da dare una debolissima reazione col cloruro ferrico sciolto nell'acqua, svela la stessa quantità di sale ferrico, sciolta nel siero.

SERIE II.

Siero di maiale, ben chiaro, acidificato leggermente con acido acetico, diluito a 5 volte il suo volume, e bollito per circa mezz'ora; centrifugato, e raccolto il liquido soprastante al coagulo; concentrato a bagno-maria, fino al volume primitivo e filtrato. Su questo liquido, che ha reazione acida, si fanno le esperienze seguenti:

Siero . . . . . cc. 5,0
Cloruro Fe . . . . . » 0,5
Ferroc. K . . . . . » 0,5
(La reazione del ferro avviene).

Siero . . . . . cc. 5,0
Cloruro Fe . . . . . » 0,3
Ferroc. K . . . . . » 0,3
(Reazione verdognola molto debole, mentrechè in acqua distillata le stesse quantità di reattivi dànno una reazione bleu molto intensa).

Concentrato ancora il liquido, fino a circa 1/5 del suo volume; nuova precipitazioae di sostanze proteiche, che vengono allontanate mediante filtrazione; il nuovo liquido ottenuto, che dà una reazione del biureto rosa-violacea debolissima, è un poco più attivo nel nascondere la reazione del ferro.

Siero secco di bue, coagulato a 130° per 6 ore; viene estratto con acqua, prendendo 90 cc. di acqua su 10 gr. di siero secco; l'estratto, filtrato, viene adoperato per le esperienze:

A
Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Cloruro ferrieo . . . . . » 0,5
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione cerulea chiara, che a poco a poco si fa più intensa).

B
Siero acidificato . . . . cc. 2,5
Cloruro ferrico . . . . . » 0,2
Solfuro ammonico . . . . » 1,0
(La reazione è evidente, ma non istantanea).

C
Siero acido . . . . . cc. 2,5
Cloruro ferrico . . . . . » 0,2
Acido salicilico.
(Colore appena roseo, mentre nell'acqua le stesse quantità di reagenti dànno un bel colore arancione, che diviene violetto scuro acidificando).

D
Siero acido . . . . . cc. 2,5
Cloruro ferrico . . . . . » 0,2
Solfocianuro K . . . . . » 0,6
(Nessuna reazione; nell'acqua, le stesse quantità di reagenti dànno una reazione intensamente rossa).

E
Siero acido . . . . . cc. 2,5
Cloruro ferrico . . . . . » 0,5
Solfocianuro K
(Nessuna reazione).

F
Siero acido, cloruro ferrico poche gocce, acido tannico; si ha subito una evidente reazione.

Per provare se questo siero sia realmente privo di proteici, si fa la reazione del biureto, e la reazione di precipitazione con ferrocianuro potassico e acido acetico; ambedue dànno resultato negativo.

Quando a questo siero dealbuminizzato si aggiunge il sale di ferro, si produce un precipitato, che, raccolto sul filtro e lavato con acqua distillata, viene sottoposto alle reazioni del ferro, previa bollitura in acido cloridrico, e a quella del molibdato d'ammonio, per la ricerca dell'acido fosforico; tutte queste reazioni sono intense.

SERIE III.

Siero di maiale, posto in un dializzatore, immerso in soluzione di Cl Na 0,9 %; al siero è aggiunta una certa quantità di silolo, per impedire la putrefazione; la dialisi si seguita per 7 giorni, cambiando ogni giorno il Cl Na. Il siero così dializzato è ancora alcalino, e contiene Cl Na in ragione del 0,8 % (è stata fatta la titolazione con nitrato d'argento, indicatore il cromato potassico).

A

Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Clor. ferr., diluito come 1:10 » 0,5
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione del ferro, assente; in acqua le stesse quantità di reagenti dànno reazione evidente).

B

Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Clor. ferr. diluito come 1:10 » 2,0
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione ben visibile).

C

Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Fosfato di sodio
(Reazione ancora acida).
Cloruro ferrico . . . . . » 0,5
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione del ferro, assente; non si può distinguere nè subito, nè dopo 2 giorni, un precipitato).

D

Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Cloruro ferrico . . . . . » 0,5
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione intensa).
Aggiunto fosfato sodico.
(La reazione scomparisce).
Acido acetico, fino a ripristinare l'acidità.
(La reazione non ritorna).

E

Cloruro ferrico . . . . . cc. 0,5
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione intensissima).
Siero acidificato . . . . » 5,0
(La reazione rimane dapprima, ma dopo due giorni è completamente scomparsa).

F

Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Cloruro ferrico . . . . . » 0,5
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(Reazione intensa, che va diminuendo nei giorni successivi; dopo due giorni è già debole; finisce collo scomparire del tutto).

G

Siero acidificato . . . . cc. 5,0
Cloruro ferrico . . . . . » 0,7
Ferrocianuro K . . . . . » 0,5
(La reazione intensissima, che dopo due giorni è già leggera, e che finisce collo scomparire).

SERIE IV.

Si prende del siero di maiale (liquido A), una soluzione di lattato ferroso (B), e acqua distillata (C); si determina la resistenza elettrica di questi liquidi, e delle loro mescolanze; quando è scritto, p. e., 1 A + 1 B, vuol dire che si è mescolato 1 volume di siero con 1 di lattato ferroso, e che si è determinata la resistenza del nuovo liquido ottenuto.

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)	Resistenza calcolata
1. Siero (A)	16°	7,22	—
2. Lattato ferroso (B) . .	»	46,2	—
3. 1 A + 1 B	»	12,00	12,5
4. 2 A + 1 B	»	9,58	10,13
5. 1 A + 1 C	»	12,7	14,5
6. 1 B + 1 C	»	91,8	92,4
7. 1 B + 2 C	»	137,5	138,6

In base alle due prime determinazioni, si può calcolare la resistenza del miscuglio a parti uguali di siero e lattato ferrico, nell'ipotesi che non avvengano combinazioni, nè dissociazioni, nè variazioni di volume; infatti, considerando due soluzioni, le loro resistenze sooo inversamente proporzionali ai numeri respettivi degli ioni contenuti in un dato volume; avremo perciò, per il siero ed il lattato ferroso, ed indicando con s ed l i numeri respettivi degli ioni contenuti in 1 volume, la proporzione:

$$7{,}22 : 46{,}2 :: l : s.$$

Nel miscuglio della terza determinazione, il numero degli ioni è rappresentato da $\frac{s+l}{2}$; e si avrà, analogamente, la proporzione:

$$7{,}22 : x :: \frac{l+s}{2} : s,$$

nella quale x rappresenta la resistenza incognita del miscuglio. Componendo la prima proporzione, si ottiene:

$$7{,}22 + 46{,}2 : 46{,}2 :: l + s : s,$$

o anche:

$$\frac{7{,}22 + 46{,}2}{2} : 46{,}2 :: \frac{l+s}{2} : s.$$

Quest'ultima proporzione, insieme colla seconda, dà:

$$7{,}22 : x :: \frac{7{,}22 + 46{,}2}{2} : 46{,}2,$$

la quale, risolta rispetto ad x, conduce a calcolare la resistenza del miscuglio, nell'ipotesi sopra enunciata.

In modo analogo sono state calcolate resistenze di altri miscugli, in questa, come in altre esperienze.

Si prendono: siero di maiale, una soluzione di cloruro ferrico scelta in modo che sia più conduttrice del siero, ed una soluzione di cloruro di sodio, circa isoconduttrice rispetto al siero; si determinano le resistenze elettriche delle seguenti soluzioni:

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)	Resistenza calcolata
Siero (A)	16°	6,53	—
Cloruro ferrico (B)	»	3,25	—
14 gennaio 1903:			
Ore 16. 75 cmc. di A + 1 cmc. di B (nessun precipitato permanente)	»	6,52	6,44
Si aggiunge 1 cc. di B (in tutto 2) per il che si forma un precipitato	»	6,54	—
15 gennaio 1903:			
Ore 11. Il precipitato è sciolto	»	6,55	6,36
Ancora 1 cc. di B (in tutto 3)	»	6,60	—
Ore 12. Il precipitato è sciolto	»	6,56	6,28
Ancora 1 cc. di B (in tutto 4)	»	6,52	—
Ore 15. Il precipitato è sciolto	»	6,55	6,21
Ancora 1 cc. di B (in tutto 5)	»	6,55	—
16 gennaio 1903:			
Ore 11. Il precipitato è sciolto	»	6,38	6,14
Ancora 1 cc. di B (in tutto 6)	»	6,40	—
Ore 15. Il precipitato è sciolto	»	6,35	6,07
Ancora 1 cc. di B (in tutto 7)	»	6,35	6.01

Per confronto, si sono fatte mescolanze tra cloruro ferrico e cloruro di sodio, e tra cloruro ferrico e acqua distillata, come segue:

Cl Na 0,6 %	16°	7,21	—
Aggiunto, su 75 cc., 1 cc. di B	»	7,00	7,09
» ancora 2 cc. »	»	6,64	6,88
» » 2 » »	»	6,35	6,69
Acqua distillata	»	3800,00	—
Aggiunto, su 75 cc., 1 cc. di B	»	119,00	232,00

Dallo stesso siero adoperato per le esperienze di sopra, si prendono 37,5 cc., e vi si aggiunge 1 cc. della soluzione B (cloruro di ferro); si forma un precipitato, che dopo mezz'ora è disciolto; questo siero così trattato, non dà la reazione col ferrocianuro potassico, quando si adoperano quantità piccolissime di tale reattivo; la dà, se si aggiunge ferrocianuro più abbondantemente. Per le prove col ferrocianuro potassico si consuma circa 1 cc. di liquido. Al siero rimasto si aggiunge un altro cc. di soluzione di cloruro ferrico, ed il giorno seguente, quando è sciolto il precipitato formatosi, si prova ancora la reazione col ferrocianuro potassico; essa avviene ben nettamente.

Confrontando queste esperienze con quelle di resistenza elettrica si nota che la quantità di sale ferrico che si può aggiungere al siero senza che ne abbassi la resistenza elettrica (al contrario di ciò che avviene aggiungendo il sale ferrico a una soluzione di cloruro di sodio), è notevolmente maggiore di quella che dal siero stesso può esser messa in condizioni da non esser più rivelabile col ferrocianuro potassico.

Si prendono siero di maiale normale, siero di maiale dializzato per 7 giorni in una soluzione di Cl Na al 0,9 %, e una soluzione di cloruro ferrico, isoconduttrice rispetto al siero dializzato:

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)
25 gennaio 1903:		
Cloruro ferrico (B)	16°	6,01
Siero (75 cc.)	»	6,59
Aggiunti 2 cc. di B (si forma un precipitato, che si scioglie quasi subito)	»	6,63
Aggiunti ancora 2 cc. di B (come sopra)	»	6,71
26 gennaio 1903:		
Nuova determinazione dello stesso liquido	»	6,63
Ancora 2 cc. di B (si forma un precipitato)	»	6,67
Dopo qualche ora il precipitato è sciolto	»	6,68
31 gennaio 1903:		
Siero dializzato (75 cc.)	»	6,00
Aggiunti 2 cc. di B (si ha un precipitato)	»	6,02
Dopo mezz'ora è disciolto	»	6,02
Aggiunti ancora 2 cc. di B (precipitato)	»	6,10
1° febbraio 1903:		
Il precipitato è disciolto	»	6,14
Ancora 2 cc. di B (abbondante precipitato)	»	6,10

SERIE V.

21 maggio 1903:		
Soluzione di cloruro di ferro	16°,8	4,24
Siero di bove, acidificato (HCl)	»	7,32
A 75 cc. di siero si aggiungono 2 cc. di soluzione ferrica	»	7,30
Ancora 2 cc.	»	7,35
Dopo un'ora	»	7,35
Ancora 2 cc.	»	7,39
Ancora 2 cc.	»	7,47
Dopo 1 giorno	»	7,49
Ancora 2 cc.	»	7,52
Ancora 2 cc.	»	7,58
Tolti al liquido 17 cc., in modo da ridurlo al volume di 70 cc.	»	7,59
Aggiunti ancora 2 cc. di soluzione ferrica	»	7,60
Ancora 2 cc.	»	7,63
Ancora 4 cc.	»	7,75
Ancora 6 cc.	»	8,06
Ancora 6 cc.	»	8,23
22 maggio 1903:		
Siero di bove	18°,3	7,5
Soluzione di HCl (A)	»	0,24
A 75 cc. di siero aggiunte diverse gocce della soluzione di HCl	»	6,84
Ancora qualche goccia	»	6,27
Aggiunti 2 cc. della soluzione di cloruro ferrico	»	6,41
Dopo 10 minuti	»	6,51
Dopo altri 10 minuti	»	6,51
Ancora 4 cc.	»	6,58
Dopo 10 minuti	»	6,63

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)
23 maggio 1903:		
Soluzione di HCl	18°,3	7,10
Siero di bove (75 cc.)	»	7,07
Aggiunto 1 cc. di HCl	»	7,05
Ancora ½ cc.	»	7,11
Ancora 3 cc.	»	7,21
Ancora 3 cc.	»	7,51
Si levano dal liquido 20 cc., e poi si aggiunge ancora 3 cc. di HCl	»	7,62
Ancora 3 cc.	»	7,90
Ancora 4 cc.	»	8,12
Si levano 10 cc. di liquido, e si aggiungono ancora 5 cc. di HCl	»	8,62
Ancora 5 cc.	»	9,20
Ancora 5 cc.	»	9,60
Ancora 5 cc.	»	10,5
Si levano 20 cc. di liquido, e si aggiungono ancora 10 cc. di HCl (la reazione, alcalina fino a questo momento, diviene ora leggermente acida)	»	11,8
Ancora 10 cc. (reazione nettamente acida)	»	12,6
Levati 20 cc. di liquido ed aggiunti 10 cc. di acido cloridrico	»	13,8
Siero di bove (75 cc.)	18°,3	7,24
Aggiunta una goccia di HCl (A)	»	7,20
Ancora 14 gocce (reazione nettamente acida)	»	6,83
6 cc. di soluzione di cloruro ferrico (che ha una resistenza di 3,7)	»	7,00
35 gocce di HCl	»	6,22
4 cc. di soluzione ferrica	»	6,34
Tolti 20 cc. di liquido	»	6,35
Aggiunti 6 cc. di soluzione ferrica	»	6,52
Ancora 6 cc. » » »	»	6,41
Di questo liquido presi 40 cc., che si mescolano con 20 cc. di soluzione ferrica	»	5,55
Siero di bove (55 cc.)	19°	6,93
Aggiunte 5 gocce di HCl (A) (reazione dubbia)	»	6,82
Ancora 5 gocce (reazione fortemente acida)	»	6,71
Aggiunti 2 cc. di HCl (B) (isoconduttore)	»	6,86
Ancora 2 cc.	»	7,05
Ancora 2 cc.	»	7,31
Soluzione di carbonato sodico	18°,3	7,12
Soluzione di HCl (B)	»	7,10
A 75 cc. di carbonato sodico, aggiunti 2 cc. di HCl	»	7,30
Ancora 2 cc.	»	7,52
4 gocce di acido cloridrico concentrato	»	6,69
Ancora acido cloridrico concentrato, fino a reazione debolmente acida	»	2,73
2 cc. di HCl (B)	»	2,92
Ancora 2 cc.	»	3,00

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)
Diluito il liquido finchè la resistenza è	18°,3	7,35
Aggiunti 2 cc. di HCl (B)	»	7,32
Ancora 2 cc.	»	7,31
Ancora 2 cc.	»	7,29
Aggiunti 2 cc. di cloruro ferrico (che ha una resistenza di 3,7)	»	7,19
Ancora 5 cc.	»	6,77

SERIE VI.

			Concentrazione della gomma
Soluzione di gomma al 10 %	19°	36,1	—
Soluzione di cloruro ferrico	»	36,0	—
A 75 cc. di gomma aggiunti 3 cc. di soluzione ferrica	»	37,6	—
Ancora 7 cc.	»	39,0	8,82 %
Levati 20 cc. di liquido	»	39,0	—
Aggiunti 10 cc. di cloruro ferrico	»	41,3	—
Ancora 10 cc.	»	43,7	6,85
Levati 20 cc. ed aggiunti 20 cc. c. s.	»	47,5	5,32
Levati 30 cc. ed aggiunti 30 cc. c. s.	»	52,1	3,42
Levati 36 cc. ed aggiunti 20 cc. c. s.	»	62,2	—
Soluzione di gomma al 2,5 %	19°	134,5	—
Soluzione di cloruro ferrico	»	12,1	—
A 75 cc. di gomma, aggiunti 2 cc. di soluz. ferrica	»	123,0	—
Soluzione di gomma al 2 % con aggiunta di Cl Na in sostanza	19°,5	14,0	—
A 70 cc. aggiunti 2 cc. di soluzione ferrica (resistenza 11,9)	»	14,3	—
Ancora 8 cc.	»	14,4	—
Ancora 5 cc.	»	14,3	—
Levati 10 cc. ed aggiunti 5 cc. di soluzione ferrica	»	14,0	—
Aggiunti ancora 5 cc.	»	13,7	—

SERIE VII.

Si prendono una soluzione di JK al 2 %, una di cloruro mercurico, una di Cl Na al 0,9 %, e siero di maiale, normale e dializzato (lo stesso siero dializzato adoprato nelle altre esperienze); si aggiungono successivamente:

A	B
Acqua distillata . . . . . cc. 3,0	Cl Na 0,9 % . . . . . cc. 3,0
Cloruro mercurico . . . . » 1,5	Cloruro mercurico . . . . » 1,5
Ioduro potassico	Ioduro potassico

(In ambedue i casi si ha una fortissima reazione del mercurio).

C	D
Siero . . . . . cc. 3,0	Siero dializzato . . . . . cc. 3,0
Cloruro mercurico . . . . » 1,5	Cloruro mercurico . . . . » 1,5
Ioduro potassico	Ioduro potassico

(In ambedue i casi non si ha nessuna traccia della reazione del mercurio, per quanto si sia curato di aggiungere l'Ioduro potassico dapprima in scarsissima quantità, che si è andata poi aumentando gradatamente).

Nelle esperienze seguenti si è adoperato cloruro mercurico saturo in acqua, diluito 30 volte.

Su 2 cc. di siero dializzato, 1,5 cc. di cloruro mercurico non sono rivelabili col ioduro potassico; 2 cc. sì; la reazione però non si ottiene colle prime gocce del ioduro aggiunte. Se prima di aggiungere il sublimato, si acidifica il siero con acido acetico, la quantità di cloruro mercurico che esso può sottrarre alla reazione del ioduro, è compresa negli stessi limiti.

Su 2 cc. di siero non dializzato, 2 cc. di cloruro mercurico non sono rivelabili col ioduro potassico; anche 2,8 cc. non sono rivelabili; 3 cc. sì; dànno una debole reazione, e soltanto quando si aggiunga una notevole quantità di ioduro.

La reazione non è nascosta per causa dell'alcalinità del siero, come dimostra l'esperienza di acidificazione con acido acetico; anzi si osserva come gli alcali del siero, sia normale che dializzato, non producono col cloruro mercurico quella reazione che si ha con carbonato sodico od altre sostanze basiche (formazione di un cloruro basico di mercurio).

Anche il nucleoproteide estratto dal fegato di bove, e sciolto in una forte soluzione di carbonato sodico, non dà col sublimato quella reazione, che è invece data fortemente da una soluzione ugualmente concentrata di carbonato sodico in acqua distillata.

SERIE VIII.

Albume d'ovo, sbattuto e filtrato, vien posto nel grande vaso dell'apparecchio del Kohlrausch, e lasciato a sè, finchè sia putrefatto; viene determinata la resistenza elettrica dell'albume fresco e putrefatto, avendo cura, in questo secondo caso, di aggiungere quel poco di acqua evaporata durante il tempo dell'esperienza.

La seconda esperienza è fatta col solito nucleoproteide della milza.

14 dicembre 1902.	Albume fresco	15°,5	367,0
16 » »	L'albume comincia a mandare odore di putrefazione	»	355,0
18 dicembre 1902.	Id. id.	»	350,0
15 febbraio 1903.	L'albume è in stato di fortissima putrefa-	»	238,0
16 marzo 1903	. . . . .	»	198,0
1 gennaio 1903.	Nucleoproteide sciolto in carbonato sodico .	15°	2,62
2 » »	Manda odore di putrefazione	»	2,38

SERIE IX.

Nucleoproteide estratto dalla milza di bove, col metodo dell'acqua distillata. Lavato colla centrifugazione, prima con acido acetico diluito, poi con acqua distillata; un saggio del nucleoproteide, sospeso in acqua, incenerito lascia un deposito inapprezzabile. Si prende inoltre una soluzione di carbonato sodico al 3 % (pesato in cristalli), ed una di carbonato potassico al 5 % (pesato in cristalli); queste soluzioni si mescolano col nucleoproteide, sospeso in acqua, in densa poltiglia. Appena si fa la mescolanza, il nucleoproteide si scioglie.

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)	Resistenza calcolata
Nucleoproteide sospeso in acqua (A)	15°	280,00	—
Carbonato sodico (B)	»	3,44	—
1 vol. di A + 1 vol. di B	»	4,88	6,83
Dopo un giorno	»	4,86	—
Nucleoproteide sospeso in acqua (A)	15°,5	144,00	—
Carbonato potassico (C)	»	1,77	—
2A + 1C	»	4,98	5,18
Ripetuta la stessa mescolanza	15°	5,00	—
» » »	15°,5	4,98	—
Nucleoproteide sospeso in acqua (A)	15°	209,00	—
Carbonato potassico circa 5 % (C)	»	1,83	—
1A + 2C	»	2,62	2,72
Acqua distillata (D)	15°,5	3800,00	—
Carbonato potassico 5 % (C)	»	1,77	—
1D + 2C	»	2,44	2,65
Soluzione di Cl Na (E)	»	218,00	—
1E + 2C	»	2,37	2,64

Nucleoproteide estratto dal fegato di bove, e lavato, come quello della milza. Si adoperano inoltre soluzioni di carbonato sodico al 7 % (cristallizzato), e carbonato potassico al 3 % (cristallizzato). Le prime esperienze sono fatte, al solito, mescolando le soluzioni, misurate volumetricamente, ciascuna da sè. Le altre sono fatte in un modo più preciso: 1 volume di soluzione di carbonato è diluito a 2 volumi mediante aggiunta di acqua distillata contenente in sospensione il nucleoproteide; e nell'esperienza di confronto, 1 volume di carbonato è diluito a 2 con acqua distillata pura. Se il nucleoproteide non influisce affatto sulla conducibilità, la resistenza elettrica delle due mescolanze, deve essere la stessa.

	Temperatura	Resistenza (in Ohm)
Nucleoproteide sospeso in acqua (A)	16°	630,00
Carbonato potassico 3 % (B)	»	2,16
1A + 1B	»	3,92
Acqua distillata (D)	»	7000,00
1B + 1D	»	3,75
1B + nucleoproteide sospeso, fino a 2 volumi	»	3,87
1B + acqua, fino a 2 volumi	»	3,85
Carbonato sodico (C)	»	2,18
1C + nucleoproteide sospeso, fino a 2 volumi	»	3,61
1C + acqua, fino a 2 volumi	»	3,59

Nelle prime esperienze, la differenza tra la mescolanza di carbonato e acqua, da una parte, carbonato e nucleoproteide dall'altra, è assai sensibile (da 3,92 a 3,75); la causa può ricercarsi nei fenomeni di contrazione di volume, e simili; ma le ultime esperienze sono assolutamente dimostrative, perchè le differenze osservate tra le mescolanze da confrontarsi, sono completamente nei limiti d'errore, e, del resto, addirittura minime (0,02 Ohm).

Fisica matematica. — *Sulla legge elementare di Weber relativa alle azioni elettrodinamiche di due cariche elettriche in movimento.* Nota I di Tommaso Boggio, presentata dal Corrispondente G. Ricci.

Siano m, m_1 due cariche elettriche in movimento, ed r la loro distanza. Tra queste due cariche si esercita una forza elettrica Φ (attrattiva o ripulsiva) che, secondo Weber, è data da:

$$(1) \qquad \Phi = \frac{m m_1}{r^2}\left\{1 + \frac{1}{2}A^2\left[2r\frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\} (^1),$$

ove A indica l'inversa della velocità della luce.

È chiaro che se la distanza r delle due masse non varia durante il movimento, in particolare, se esse sono in quiete, la forza elettrica Φ si riduce allora all'azione elettrostatica $\frac{m m_1}{r^2}$.

Mediante questa legge si dovrebbero compendiare tutte le azioni elettrodinamiche. Helmholtz però ha fatto la critica della legge di Weber, dimostrandone la sua inverosimiglianza, benchè si accordi, per circuiti chiusi, colla legge potenziale di F. Neumann.

In questa Nota mi propongo di costruire una legge analoga a quella di Weber, la quale esprima la forza elettrica che si esercita fra due masse elettriche m, m_1, in dato stato di moto. Però questa legge, a differenza di quella di Weber e di altre affini, *non è stabilita aprioristicamente*, ma, al contrario, *è desunta dalle moderne teorie elettrodinamiche.* Prendo perciò le mosse da alcuni risultati stabiliti dal prof. Levi-Civita nella sua Memoria: *Sur le champ électromagnétique engendré par la translation uniforme d'une charge électrique parallèlement à un plan conducteur indéfini* (Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse, III série, t. IV, a. 1902). Essi permettono infatti di formare i potenziali ritardati dovuti all'azione di ciascuna delle due masse m, m_1, e da essi le componenti in m_1 della forza elettrica dovuta ad m, e reciprocamente.

Però, mentre la espressione (1) della forza elettrica assegnata da Weber, dipende dal movimento di m, m_1 pel tramite soltanto delle loro velocità ed accelerazioni nell'istante considerato t, col mio procedimento si presenterà invece necessaria la conoscenza completa del movimento di m, m_1

(1) Cfr. ad es. Poincaré, *Électricité et Optique*, 2e édit. §§ 254-260, (Paris, a. 1901).

per un intero intervallo di tempo, poichè le componenti della forza elettrica risulteranno (§ 1) funzioni di un certo parametro $t - A\bar{r}$. Sviluppando però (§ 2) in serie di Taylor le funzioni di tale parametro e arrestando lo sviluppo ai termini di second'ordine in A, si può esprimere tutto (§ 3) mediante le sole velocità ed accelerazioni delle cariche m, m_1 nell' istante considerato t. Si ottengono così dei valori approssimati, che costituiscono l'espressione perfettamente legittima di una legge analoga a quella di Weber.

In tal modo si può riconoscere quanto differisca la legge proposta da Weber da quella esatta (a meno di termini in A^3), che le moderne teorie elettrodinamiche permettono di assegnare rigorosamente a posteriori.

In una Nota successiva studierò minutamente (§ 4) il caso di due cariche che si muovono rimanendo rigidamente collegate fra loro. Come già si osservò, secondo la legge di Weber la forza elettrica che si esercita fra le due cariche si ridurrebbe allora all' azione elettrostatica, mentre invece, come risulta dalle nostre formole generali, vi sono anche in questo caso dei termini complementari. Come applicazione tratterò (§ 5) il caso di una coppia di cariche uniformemente rotante attorno al punto medio; si troverà così che la forza elettrica diminuisce al crescere della velocità angolare, e per una velocità angolare convenientemente grande (un po' inferiore a quella della luce) la forza elettrica si annulla. Da ultimo estenderò (§ 6) questo risultato al caso in cui la rotazione avviene attorno ad un punto qualunque del segmento mm_1, anzichè attorno al punto medio.

1. Consideriamo un dielettrico indefinito, isotropo, impolarizzabile e in quiete. Supponiamo che in esso si abbiano due particelle mobili, elettrizzate, contenenti rispettivamente le quantità m, m_1 di elettricità. Se indichiamo con φ, ψ, χ le coordinate della carica m rispetto ad una terna di assi cartesiani ortogonali fissi, e con x, y, z quelle di m_1, saranno allora φ, ψ, χ ed x, y, z date funzioni del tempo t.

Ciò posto, cerchiamo il valore nel punto (potenziato) m_1 del potenziale elettrostatico ritardato F, e quello delle componenti U, V, W del potenziale vettore ritardato, dovuti al punto (potenziante) m, mediante i quali si hanno le componenti della forza elettrica esercitata dalla carica m sul punto m_1.

Consideriamo perciò la funzione $\bar{r}$ definita dall'equazione:

$$(2) \quad \bar{r}^2 = [x - \varphi(t - A\bar{r})]^2 + [y - \psi(t - A\bar{r})]^2 + [z - \chi(t - A\bar{r})]^2;$$

è chiaro intanto che $\bar{r}$ può considerarsi come la distanza del punto potenziato (x, y, z) dalla posizione occupata dal punto potenziante all' istante $t - A\bar{r}$.

Convenendo poi d' indicare in generale con un tratto sovrapposto $\bar{\ }$ il cambiamento, in una funzione $f(t)$, di t in $t - A\bar{r}$, cioè ponendo:

$$(3) \quad \bar{f} = f(t - A\bar{r}),$$

potremo anche scrivere più semplicemente:

$$(2') \qquad \bar{r}^2 = (x - \bar{\varphi})^2 + (y - \bar{\psi})^2 + (z - \bar{\chi})^2.$$

Il valore, nel punto m_1, del potenziale elettrostatico ritardato, dovuto alla carica m, è allora (1):

$$(4) \qquad F = \frac{m m_1}{\bar{r} - A \bar{r} \bar{v} \cos(\bar{r}, \bar{v})},$$

nella quale $\bar{v}$ indica la velocità della carica m all'istante $t - A\bar{r}$, e si suppone $A\bar{v} < 1$, cioè che la velocità della carica m rimanga sempre inferiore alla velocità $\frac{1}{A}$ della luce, ed inoltre per direzione positiva di $\bar{r}$ è presa quella che va dalla posizione occupata da m all'istante $t - A\bar{r}$, al punto m_1 (2).

Trasformiamo l'espressione precedente di F.

Dalla (2') derivando rispetto a t, ritenendo però x, y, z costanti, si ha:

$$\bar{r}\bar{r}' = -[(x - \varphi)\bar{\varphi}' + (y - \bar{\psi})\bar{\psi}' + (z - \bar{\chi})\bar{\chi}'];$$

poichè $\bar{\varphi}', \bar{\psi}', \bar{\chi}'$ sono evidentemente le componenti della velocità $\bar{v}$, l'equazione precedente può anche scriversi:

$$\bar{r}\bar{r}' = -\bar{r}\bar{v}\cos(\bar{r}, \bar{v}),$$

quindi, sostituendo nella (4);

$$(5) \qquad F = \frac{m m_1}{\bar{r} + A\bar{r}\bar{r}'}.$$

Si può ottenere la formola precedente anche partendo dall'espressione seguente del potenziale elettrostatico ritardato (3):

$$F = m m_1 \left(\frac{1}{\bar{r}} - A \frac{d}{dA} \frac{1}{\bar{r}} \right),$$

che può anche scriversi:

$$F = m m_1 \left(\frac{1}{\bar{r}} + \frac{A}{\bar{r}^2} \frac{d\bar{r}}{dA} \right).$$

(1) Levi-Civita, Mem. cit., pag. 19.

(2) Dalla (2) è facile ricavare:

$$\frac{d\bar{r}}{dx} = \frac{x - \bar{\varphi}}{\bar{r} - A\bar{r}\bar{v}\cos(\bar{r}, \bar{v})},$$

quindi si può anche porre F sotto la forma:

$$F = \frac{m m_1}{x - \bar{\varphi}} \frac{d\bar{r}}{dx} = \frac{m m_1}{y - \bar{\psi}} \frac{d\bar{r}}{dy} = \frac{m m_1}{z - \bar{\chi}} \frac{d\bar{r}}{dz}.$$

(3) Levi-Civita, Mem. cit., pag. 20.

Calcoliamo perciò $\frac{d\bar{r}}{dA}$. Si ha, in generale, dalla (3) derivando:

$$\frac{d\bar{f}}{dA} = -\bar{f}' \frac{d(A\bar{r})}{dA} = -\bar{f}' \left(\bar{r} + A\frac{d\bar{r}}{dA}\right),$$

quindi, in particolare, per $\bar{f} = \bar{r}$:

$$\frac{d\bar{r}}{dA} = -\bar{r}' \left(\bar{r} + A\frac{d\bar{r}}{dA}\right),$$

da cui:

$$\frac{d\bar{r}}{dA} = -\frac{\bar{r}\bar{r}'}{1 + A\bar{r}'};$$

perciò sostituendo:

$$F = m m_1 \left[\frac{1}{\bar{r}} - \frac{A\bar{r}'}{\bar{r}(1 + A\bar{r}')}\right] = \frac{m m_1}{\bar{r}(1 + A\bar{r}')},$$

espressione identica alla (5).

Essendo così noto il potenziale elettrostatico ritardato F, si hanno le componenti U, V, W del potenziale vettore ritardato dalle formole [1]

$$(6) \qquad U = A\bar{\varphi}' F, \quad V = A\bar{\psi}' F, \quad W = A\bar{\chi}' F.$$

E finalmente per le componenti X, Y, Z della forza elettrica esercitata dalla carica m, sul punto m_1, si ha:

$$(7) \qquad \begin{cases} X = -\frac{dF}{dx} - A\frac{dU}{dt} \\ Y = -\frac{dF}{dy} - A\frac{dV}{dt} \\ Z = -\frac{dF}{dz} - A\frac{dW}{dt}, \end{cases}$$

dove però bisogna tener presente che le derivazioni di U, V, W rispetto a t vanno fatte ritenendo x, y, z costanti.

Le espressioni precedenti di X, Y, Z risultano piuttosto complicate. Noi ci accontenteremo però di espressioni approssimate di X, Y, Z, che saranno perciò naturalmente più semplici di quelle rigorose.

2. Cerchiamo l'espressione del potenziale elettrostatico e vettore ritardati nel caso in cui si ritengano trascurabili le potenze di A superiori alla seconda.

Sviluppando perciò il secondo membro della (3) colla formola di Taylor, arrestata (secondo il grado di approssimazione prestabilito) al termine in A^2,

(1) Levi-Civita, Mem. cit., pag. 18.

si ha:

$$\bar{f} = f(t) - A\bar{r}f'(t) + \frac{1}{2}A^2\bar{r}^2 f''(t) \tag{8}$$

ed

$$A\bar{f}' = Af'(t) - A^2\bar{r}f''(t). \tag{9}$$

Applichiamo questi sviluppi al caso in cui sia $\bar{f} = \bar{r}^2$; converrà però introdurre, per maggior chiarezza, una notazione. Indicando, in generale, con $u(\varphi, \psi, \chi\ ;\ x, y, z)$ una funzione generica, che dipende da t pel tramite degli argomenti $\varphi, \psi, \chi\ ;\ x, y, z$ porremo:

(*a*) u' = derivata di u rispetto a t, ritenendo x, y, z costanti.

(*b*) $u^{\cdot}$ = " " " " φ, ψ, χ "

È chiaro che la derivata totale di u rispetto a t (cioè risguardando contemporaneamente $\varphi, \psi, \chi\ ;\ x, y, z$ come variabili) sarà data da:

$$\frac{du}{dt} = u' + u^{\cdot} \text{ (1)}, \tag{c}$$

e per la derivata seconda si avrà:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = u'' + 2u'^{\cdot} + u^{\cdot\cdot}. \tag{d}$$

Ciò posto, si ha dalle (8), (9) per $\bar{f} = \bar{r}^2$:

$$\bar{r}^2 = r^2 - A\bar{r}(r^2)' + \frac{1}{2}A^2\bar{r}^2(r^2)'',$$

$$A\overline{(r^2)'} = A(r^2)' - A^2\bar{r}(r^2)'',$$

ove

$$r^2 = (x-\varphi)^2 + (y-\psi)^2 + (z-\chi)^2, \tag{2$_1$}$$

ed $(r^2)'$, $(r^2)''$ hanno il significato (*a*). Si può ancora scrivere:

$$\bar{r}^2 = r^2 - 2A\bar{r}.rr' + A^2\bar{r}^2(r'^2 + rr''), \tag{10}$$

$$\frac{1}{2}A\overline{(r^2)'} = A\bar{r}\bar{r}' = Arr' - A^2\bar{r}(r'^2 + rr''),$$

quindi la (5) diventa:

$$F = \frac{mm_1}{\bar{r} + Arr' - A^2\bar{r}(r'^2 + rr'')}. \tag{5'}$$

Osserviamo ora che dalla (10) si ha:

$$\bar{r}^2[1 - A^2(r'^2 + rr'')] + 2Arr'.\bar{r} - r^2 = 0;$$

(1) Per comodità tipografica scriviamo $u^{\cdot}$, anzichè, come trovasi in trattati inglesi, $\dot{u}$

risolvendo quest'equazione di secondo grado rispetto ad $\bar{r}$, si ha facilmente:

$$\bar{r} = \frac{-\mathrm{A}rr' + r\sqrt{1 - \mathrm{A}^2 rr''}}{1 - \mathrm{A}^2(r'^2 + rr'')},$$

da cui:

$$\bar{r} - \mathrm{A}^2\bar{r}(r'^2 + rr'') + \mathrm{A}rr' = r\sqrt{1 - \mathrm{A}^2 rr''},$$

e sostituendo nella (5′) si ha:

$$\mathrm{F} = \frac{m\,m_1}{r\sqrt{1 - \mathrm{A}^2 rr''}};$$

e siccome (omettendo naturalmente termini in A^3):

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{A}^2 rr''}} = (1 - \mathrm{A}^2 rr'')^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 rr'',$$

si ha ancora:

$$(5_1) \qquad \mathrm{F} = \frac{m\,m_1}{r}\left(1 + \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 rr''\right).$$

Si può ottenere questa formola anche in questo modo:

Si ha dalle (8), (9) per $\bar{f} = \bar{r}$:

$$\bar{r} = r - \mathrm{A}\bar{r}\,r' + \frac{1}{2}\mathrm{A}^2\bar{r}^2 r'',$$

$$\mathrm{A}\bar{r}' = \mathrm{A}r' - \mathrm{A}^2\bar{r}r'',$$

od ancora:

$$\bar{r} = r - \mathrm{A}(r - \mathrm{A}\bar{r}r')\,r' + \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 r^2 r'' = r - \mathrm{A}rr'' + \mathrm{A}^2 rr'^2 + \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 r^2 r'',$$

$$\mathrm{A}\bar{r}' = \mathrm{A}r' - \mathrm{A}^2 rr'',$$

ne segue facilmente:

$$\bar{r} + \mathrm{A}\bar{r}\bar{r}' = r - \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 r^2 r'',$$

e sostituendo nella (5):

$$\mathrm{F} = \frac{m\,m_1}{r\left(1 - \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 rr''\right)} = \frac{m\,m_1}{r}\left(1 + \frac{1}{2}\mathrm{A}^2 rr''\right),$$

che coincide colla (5_1).

Dopo ciò, le componenti U, V, W del potenziale vettore ritardato si hanno dalle (6), dalle quali si deduce (sempre, ben inteso, a meno di termini in A^3):

$$(11) \qquad \mathrm{A}U = \mathrm{A}^2\bar{\varphi}'\,\mathrm{F} = \frac{m\,m_1}{r}\mathrm{A}^2\bar{\varphi}' = \frac{m\,m_1}{r}\mathrm{A}^2\varphi';$$

similmente:

$$AV = \frac{m\,m_1}{r} A^2 \psi' \quad , \quad AW = \frac{m\,m_1}{r} A^2 \chi' .$$

3. Occupiamoci ora delle componenti X, Y, Z della forza elettrica. Esse sono date dalle (7) che possono ancora scriversi, atteso il significato (*a*):

$$(7') \qquad X = -\frac{dF}{dx} - AU' , \quad Y = \ldots , \quad Z = \ldots$$

Ora si ha, dalla (5_1):

$$\frac{dF}{dx} = -\frac{m\,m_1}{r^2}\frac{x-\varphi}{r} + \frac{1}{2} m\,m_1 A^2 \frac{dr''}{dx} ,$$

ed

$$\frac{dr''}{dx} = \left(\frac{dr}{dx}\right)'' = \left(\frac{x-\varphi}{r}\right)'' = -\frac{\varphi''}{r} + 2\frac{\varphi' r'}{r^2} - (x-\varphi)\frac{r\,r'' - 2\,r'^2}{r^3} ;$$

e, dalla (11):

$$AU' = \frac{m\,m_1}{r} A^2 \varphi'' - \frac{m\,m_1}{r^2} A^2 \varphi' r' ,$$

quindi sostituendo nella (7') e riducendo:

$$(12) \qquad X = \frac{m\,m_1}{r^2}\left[1 + \frac{1}{2} A^2 (r\,r'' - 2\,r'^2)\right]\frac{x-\varphi}{r} - \frac{1}{2}\frac{m\,m_1}{r} A^2 \varphi'' ;$$

espressioni analoghe si hanno per Y, Z.

Trasformiamo le espressioni ora ottenute in modo da far figurare il gruppo di termini $2r\frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$ che comparisce nell'espressione (1) della legge di Weber.

Si ha perciò, secondo le (*c*), (*d*):

$$2r\frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 2r(r'' + 2r'\cdot + r''') - (r' + r')^2 =$$

$$= (r\,r'' - 2\,r'^2) + r\,r'' + 4\,r\,r'\cdot + 2\,r\,r''' + r'^2 - r'^2 - 2\,r'\,r''' ,$$

e sostituendo nella (12):

$$(12') \qquad X = \frac{m\,m_1}{r^2}\left\{1 + \frac{1}{2} A^2\left[2r\frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\}\frac{x-\varphi}{r} +$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{m\,m_1}{r^2} A^2 [-(r'^2 + r\,r'') - 4\,r\,r'\cdot - 2\,r\,r''' + r'^2 + 2\,r'\,r'']\frac{x-\varphi}{r} - \frac{1}{2}\frac{m\,m_1}{r} A^2 \varphi'' .$$

Dalla (2_1) si ha poi:

$$(13)\quad \begin{cases} r\,r' = \frac{1}{2}(r^2)' = -[(x-\varphi)\,\varphi' + (y-\psi)\,\psi' + (z-\chi)\,\chi'] ; \\ r'^2 + r\,r'' = (r\,r')' = (\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2) - \\ \qquad\qquad - [(x-\varphi)\,\varphi'' + (y-\psi)\,\psi'' + (z-\chi)\,\chi''] ; \end{cases}$$

similmente:

$$(13')\quad \begin{cases} r\,r^{\cdot} = (x-\varphi)\,x^{\cdot} + (y-\psi)\,y^{\cdot} + (z-\chi)\,z^{\cdot} \\ r^{\cdot 2} + r\,r^{\cdot\cdot} = (x^{\cdot 2} + y^{\cdot 2} + z^{\cdot 2}) + \\ \qquad + [(x-\varphi)\,x^{\cdot\cdot} + (y-\psi)\,y^{\cdot\cdot} + (z-\chi)\,z^{\cdot\cdot}] ; \end{cases}$$

inoltre:

$$(13_1)\quad (r\,r')^{\cdot} = r^{\cdot}\,r' + r\,r'^{\cdot} = -(x^{\cdot}\,\varphi' + y^{\cdot}\,\psi' + z^{\cdot}\,\chi') .$$

Indicando poi con v , v_1 ; a , a_1 rispettivamente le velocità ed accelerazioni delle cariche m , m_1 , si possono scrivere le (13) così:

$$(13'')\quad \begin{cases} r' = -v\cos(r, v), \\ r'^2 + r\,r'' = v^2 - r\,a\cos(r, a), \end{cases}$$

ove la direzione positiva di r va da m ad m_1 .

Analogamente dalle $(13')$:

$$r^{\cdot} = v_1\cos(r, v_1)$$
$$r^{\cdot 2} + r\,r^{\cdot\cdot} = v_1^2 + r\,a_1\cos(r, a_1) ,$$

da cui:

$$r\,r^{\cdot\cdot} = v_1^2 - v_1^2\cos^2(r, v_1) + r\,a_1\cos(r, a_1) ;$$

dalla (13_1) risulta poi:

$$r\,r'^{\cdot} = -r^{\cdot}\,r' - v\,v_1\cos(v, v_1) = v\,v_1\cos(r, v)\cos(r, v_1) - v\,v_1\cos(v, v_1) .$$

Sostituendo nella $(12')$, e ricordando la (1), risulta:

$$(14)\quad X = \Phi\frac{x-\varphi}{r} + \frac{1}{2}m\,m_1\,A^2[v_1^2 - v^2 - 3\,v_1^2\,\mathrm{sen}^2(r, v_1) -$$
$$- 6\,v\,v_1\cos(r, v)\cos(r, v_1) + 4\,v\,v_1\cos(v, v_1) + r\,a\cos(r, a) -$$
$$- 2\,r\,a_1\cos(r, a_1)]\frac{x-\varphi}{r} - \frac{1}{2}\frac{m\,m_1}{r}A^2\,\varphi''$$

e formole analoghe si hanno per Y , Z .

Per ottenere invece le componenti X_1 , Y_1 , Z_1 della forza elettrica esercitata dalla carica m_1 sul punto m , bisogna evidentemente partire, invece

che dalla (2), dalla seguente:

$$\bar{r}^2 = [x(t - A\bar{r}) - \varphi]^2 + [y(t - A\bar{r}) - \psi]^2 + [z(t - A\bar{r}) - \chi]^2,$$

e procedendo come sopra, si ottiene invece della (14), la seguente:

$$(14_1) \qquad X_1 = \Phi \frac{\varphi - x}{r} + \frac{1}{2} m m_1 A^2 [v^2 - v_1^2 - 3 v^2 \operatorname{sen}^2(r, v) -$$

$$- 6 v v_1 \cos(r, v) \cos(r, v_1) + 4 v v_1 \cos(v, v_1) - r a_1 \cos(r, a_1) +$$

$$+ 2 r a \cos(r, a)] \frac{\varphi - x}{r} - \frac{1}{2} \frac{m m_1}{r} A^2 x''$$

la direzione positiva di r essendo sempre quella che va da m ad m_1; formole analoghe si hanno per Y_1, Z_1.

Le (14), (14_1) e analoghe sono le formole cercate. Come si vede, in esse non figurano che elementi dipendenti dalle velocità ed accelerazioni delle due cariche all'istante t. Risulta ancora da queste formole che il vettore (X_1, Y_1, Z_1) non è, in generale, eguale e contrario al vettore (X, Y, Z), cioè che la reazione non è, in generale, eguale e contraria all'azione.

Chimica. — *Sulla riduzione elettrolitica delle soluzioni acide di anidride molibdica e su alcuni composti del tricloruro di molibdeno* (1). Nota I di A. Chilesotti, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

Nelle ricerche, di cui sono qui riferiti alcuni risultati, si studiarono i prodotti della riduzione elettrolitica di soluzioni acide di anidride molibdica.

Le analogie esistenti tra il cromo ed il molibdeno ed i vantaggi che la corrente elettrica presenta sugli altri mezzi di riduzione, lasciavano sperare di poter arrivare a composti corrispondenti ai gradi inferiori di ossidazione del molibdeno, ancora poco o punto noti.

Limitati sono pure i dati che noi abbiamo intorno all'azione della corrente elettrica sulle soluzioni di molibdeno.

Molti anni fa Smith ha ottenuto per elettrolisi dei molibdati un precipitato bruno, che aderiva bene al catodo di platino e che fu da lui ritenuto sesquiossido idrato di molibdeno. In base a questo fatto egli propose anzi un metodo elettrolitico per la determinazione quantitativa del molibdeno.

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di elettrochimica del R. Museo industriale italiano in Torino.

Questo processo analitico è stato di recente modificato da Lily-Gavit Kollok S. e Edgar F. Smith [1] i quali con correnti debolissime di 0,0005 A. per cm.^{2} ottengono da soluzioni debolissimamente acide dei molibdati un deposito al catodo di sesquiossido idrato di molibdeno.

Péchard [2] osservò peraltro, che dalle soluzioni ammoniacali dei molibdati non si ottiene per elettrolisi il sesquiossido, come dice Smith, ma l'idrato del biossido $MoO_2 . H_2O$, mentre dalle soluzioni acide per acido ossalico o cloridrico si forma il biossido MoO_2.

Inoltre Marchetti [3] elettrolizzando una soluzione cloridrica di MoO_3 ottenne al catodo di platino un precipitato azzurro, da lui identificato per l'idrato $Mo_3O_8 . 5H_2O$.

Dalla stessa soluzione di anidride molibdica in acido cloridrico elettrolizzata con una densità catodica di 5 Amp. per cm.^{2} e con catodo di mercurio, il Férée [4] riferisce d'aver preparato l'amalgama di molibdeno.

Muthmann e Nagel [5] osservarono inoltre che per elettrolisi della soluzione alcoolica di $Mo_3Cl_4 . Cl_2$ e $Mo_3Br_4 . Br_2$ si formano al catodo gli idrossidi corrispondenti $Mo_3Cl_4(OH)_2$ e $Mo_3Br_4(OH)_2$.

Era però prevedibile che in condizioni opportune si potesse condurre la riduzione dell'acido molibdico, in modo tale da ottenere in soluzione composti di una forma di ossidazione inferiore al biossido od all'ossido azzurro, senza arrivare alla separazione del metallo.

Da alcune esperienze preliminari è risultato, come era naturale, che, a parità delle altre condizioni con un catodo di mercurio si può raggiungere una riduzione più energica che con un catodo di platino o di carbone. In fatti, come è noto, il potenziale che si stabilisce a contatto di un catodo di mercurio è più positivo che non a contatto del platino e del carbone, e quindi la riduzione risulta più energica.

Parte sperimentale.

Le riduzioni si effettuavano in un barattolo cilindrico a pareti robuste alto 12 cm. e del diametro di 8 cm. Un tappo ne chiudeva ermeticamente l'apertura superiore e portava nel mezzo una cellula porosa di 3,5 cm. di diametro che costituiva lo spazio anodico. Passavano inoltre attraverso il tappo due tubi di vetro destinati a portare i reofori che conducevano la corrente nega-

(1) Journ. Am. Chem. Soc. *23*, pag. 669-671.
(2) Comptes rendus, *118*, pag. 804.
(3) Zeit. f. anorg. Ch. *19*, pag. 391.
(4) Comptes rendus, *122*, pag. 733.
(5) Berichte, *21*, pag. 2009 (1898).

tiva allo strato di mercurio che copriva il fondo del barattolo; due altri tubi aperti di vetro, di cui uno arrivava fin sopra il mercurio, permettevano di agitare la soluzione catodica con una corrente continua di anidride carbonica, la quale evitava inoltre che l'ossigeno atmosferico agisse sui prodotti della riduzione.

Due piccoli anodi di platino conducevano la corrente positiva nel liquido anodico della cellula porosa.

La soluzione catodica, che servì per le ricerche descritte in questa Nota, veniva preparata sciogliendo a bagno-maria 20 gr. di anidride molibdica in 150 cm.^{3} di acido cloridrico concentrato di densità 1,142 e portando poi con acqua a 200 cm.^{3} Acido cloridrico al 15 $^0/_0$ costituiva la soluzione anodica. La densità di corrente al catodo variava da 1 a 2 Amp. per dm.^{2}

Si operava alla temperatura ambiente.

Sul principio della elettrolisi il liquido si colora in azzurro, poi in giallo e passa rapidamente al bruno scuro, quindi la tinta diviene a poco a poco rosso scuro intenso e prolungando l'elettrolisi per molte ore il liquido assume una colorazione verde bottiglia che resta tale anche facendo passare la corrente per tre giorni di seguito.

Sembra quindi che la tinta verde corrisponda al grado inferiore di ossidazione che si può raggiungere in queste condizioni. La soluzione verde però è poco stabile ed anche in recipiente chiuso diventa abbastanza presto rossa. Lo stesso cambiamento di colorazione si manifesta più rapidamente scaldando il liquido ed anche facendovi passare una corrente di acido cloridrico secco fuori del contatto dell'aria.

Per avere un'idea del grado d'ossidazione cui si arriva con la riduzione elettrolitica, si titolavano con permanganato potassico $^1/_{10}$ n. dei volumi noti di soluzione, tenuto conto della modificazione di Zimmermann per la titolazione dei sali ferrosi in presenza di cloruri.

La soluzione elettrolizzata conteneva gr. 0,06167 di Mo per ogni cm.^{3}, dopo 56 ore di elettrolisi la soluzione richiedeva per l'ossidazione del molibdeno alla forma esavalente *19.62* cm.^{3} di soluzione $^1/_{10}$ n. di $KMmO_4$ per ogni cm.^{3}, dopo 72 ore 19,90 e dopo 86 ore 20,14 cm.^{3} della stessa soluzione.

Da questi dati si deduce facilmente che per ossidare alla forma MoO_3 un atomo di molibdeno si richiedevano rispettivamente 3,05-3,10 e 3,13 equivalenti di essigeno, ossia che il molibdeno nella soluzione verde è trivalente e che nelle condizioni qui scelte la riduzione non supera sensibilmente questo limite.

La stessa soluzione fatta diventar rossa con una corrente di acido cloridrico gassoso fu titolata con permanganato, e si trovò che 1 cm.^{3} di essa corrispondeva a 19,05 cm.^{3} di permanganato $^1/_{10}$ n., e che quindi per l'ossidazione di 1 atomo di molibdeno sono necessari 2,95 equivalenti di ossigeno.

Questo sembra sufficiente per dedurre che le due soluzioni verde e rossa contengono il molibdeno nella stessa forma di ossidazione, ma in due stati diversi paragonabili forse a quelli del cromo nelle soluzioni verde e violetta del tricloruro (1).

La soluzione rossa evaporata a bagno maria lascia un residuo bruno amorfo solubile in acqua ed in alcool, dando una soluzione rossa, che ha le stesse proprietà della primitiva. Lasciata invece evaporare sull'acido solforico, questa soluzione dà un residuo bruno a struttura cristallina e deliquescente, che non fu ancora studiato.

La soluzione manifesta proprietà riducenti, dando cloruro mercuroso dai sali mercurici, precipitando il cloruro ramoso dalle soluzioni ramiche mentre essa diventa azzurra; in questo caso a caldo si forma un precipitato bruno.

L'acido nitrico e l'acqua ossigenata l'ossidano facilmente.

La reazione che si è studiata più dappresso allo scopo di caratterizzare il composto disciolto, è la formazione di sali doppi cristallizzati, che si ottengono evaporando la soluzione rossa coi cloruri di potassio, rubidio, cesio ed ammonio o facendo passare una corrente di HCl gassoso nella soluzione molibdica ridotta, addizionata dei suddetti cloruri e convenientemente concentrata.

L'analisi ha dimostrato che questi sali sono perfettamente analoghi a quelli del $CrCl_3$ coi cloruri alcalini. Si sono potuti identificare i sali

$K_3 Mo Cl_6$ — $Rb_2 Mo Cl_5 H_2O$ — $Cs_2 Mo Cl_5 H_2O$ e $(NH_4)_2 Mo Cl_5 . H_2O$.

La somiglianza delle proprietà delle soluzioni di questi sali con quelle della soluzione rossa ottenuta per riduzione di quella di $Mo O_3$ in acido cloridrico, sembrano dunque dimostrare, d'accordo con la titolazione con permanganato, che questa soluzione non è altro che la soluzione cloridrica del tricloruro di molibdeno, già ottenuto per via secca da Berzelius e quindi studiato dal Blomstrand, che ne determinò la formula.

La sostanza rosso-scura amorfa che si ottiene per azione dell'idrogeno a 250° sul pentacloruro di molibdeno non è solubile nè nell'acqua, nè negli acidi. Sarà interessante vedere se dalla soluzione preparata elettroliticamente si potranno ottenere gli idrati corrispondenti a quelli del cloruro cromico.

Metodi analitici

Per dosare il cloro in questi sali doppi si ossidava anzitutto il molibdeno per azione di acqua ossigenata al 2-3 % sulla soluzione del sale da analizzare, resa precedentemente ammoniacale. A questo modo si possono

(1) Da esperienze eseguite con una soluzione al 10 % di molibdato ammonico in acido solforico al 30 % risultò che la riduzione elettrolitica, fatta nelle medesime condizioni, procede in modo del tutto analogo a quella della soluzione cloridrica. Si ottiene qui pure come prodotto finale una soluzione verde, nella quale il molibdeno è della forma trivalente.

evitare le perdite di cloro che si verificano facilmente quando si fa l'ossidazione in soluzione neutra od acida. Era poi, come è noto, necessario eliminare il molibdeno per evitare che col cloruro precipiti pure il molibdato di argento.

A questo scopo si separava il solfuro di molibdeno acidificando con H_2SO_4 diluito la soluzione ammoniacale trattata a caldo con solfuro d'ammonio giallo. Il precipitato raccolto, lavato e calcinato veniva pesato allo stato di MoO_3.

Dalla soluzione filtrata si eliminava l'idrogeno solforato con una corrente di anidride carbonica, e le ultime tracce facendo bollire a ricadere il liquido addizionato di un po' d'acido nitrico, secondo il metodo già indicato da Liechti e Kempe (1).

Il cloruro d'argento precipitato dalla soluzione così preparata era perfettamente bianco.

Anche per la determinazione degli alcali si precipitava il molibdeno allo stato di solfuro dalla soluzione precedentemente ossidata con HNO_3 o H_2O_2.

In questo caso si dimostrò peraltro più conveniente precipitare il molibdeno per azione dell'idrogeno solforato sulla soluzione ossidata e contenente 3-4 % di acido cloridrico libero. La precipitazione è completa ed il solfuro si deposita bene se si fa passare una corrente lenta di H_2S nel liquido scaldato a 50-60°.

La precipitazione del solfuro dalla soluzione acida ha il vantaggio di eliminare l'inconveniente di dover scacciare una fortissima quantità di sali d'ammonio, che si ottengono sempre quando si precipita il solfuro dalla soluzione alcalina, stante il forte eccesso di solfuro d'ammonio necessario perchè la precipitazione sia completa.

Il residuo ottenuto per evaporazione della soluzione acida, da cui era stato separato il solfuro, veniva trattato con qualche goccia di solfuro d'ammonio e di HCl per precipitare le tracce di molibdeno eventualmente presenti, la soluzione filtrata veniva nuovamente tirata a secco e nel residuo leggermente calcinato, per eliminare i sali ammoniacali, e ridisciolto in acqua, si dosavano gli alcali coi soliti metodi. Per la determinazione degli alcali si era anche tentato di eliminare dalla soluzione il molibdeno col metodo elettrolitico proposto da Lily-Gavit Kollok e Edgar Smith (2) ma essendosi così in 10 operazioni ottenute percentuali di molibdeno superiori del 0,5 % circa al valore reale, c'era a temere che col molibdeno fossero pure precipitati degli alcali.

L'ammoniaca fu dosata come al solito dopo averla spostata con Na OH dalla soluzione della sostanza.

In un'altra Nota verranno descritti i sali doppi ottenuti.

(1) Ann. der Chemie, *169*, pag. 346.

(2) Loco citato.

Fisica. — *Sulla scarica per effluvio in seno ai gas.* Nota del dott. D. Pacini, presentata dal Socio P. Blaserna.

Quando si carichi lentamente una punta affacciata ad un disco metallico, posto al suolo, l'effluvio elettrico dalla punta al disco incomincia per un determinato valore della differenza di potenziale fra punta e disco.

Nel processo inverso, quando cioè si vada man mano diminuendo il potenziale della punta, la scarica cessa per una differenza di potenziale più piccola della precedente. Anzi questo secondo valore della differenza di potenziale risulta tanto più piccolo del primitivo, se più lungo è il tempo durante il quale si è fatto avvenire l'effluvio e più elevato era il potenziale massimo al quale si portò la punta.

Il valore della differenza di potenziale corrispondente all'istante in cui la scarica incomincia, e che indicheremo con A. P. oltre che da J. Precht [1] fu determinato anche da F. Tamm [2] che lo otteneva per l'aria caricando lentamente la punta e salendo adagio adagio fino al momento in cui l'ago dell'elettrometro, connesso al disco, incomincia a spostarsi lentamente.

Il valore del potenziale al quale la scarica cessa, fu determinato da Röntgen [3] che lo chiamò minimo potenziale M. P., e successivamente da Tamm (luogo citato) il quale dopo aver determinato A. P. pone a terra lo elettrometro, quindi diminuisce lentissimamente la differenza di potenziale fino a tal segno che tornando a collegare l'elettrometro col disco ottiene ancora una deviazione sensibile. Il potenziale della punta corrispondente a questo istante coincide col valore dato da Röntgen.

Senonchè questo valore diminuisce prolungando la durata dell'effluvio, e secondo Tamm questa diminuzione si deve attribuire a cambiamenti che soffre il gas tra la punta e il disco in seguito all'effluvio elettrico.

Se effettivamente questa diminuzione della differenza di potenziale dipende dalla durata dell'effluvio, si potrebbe forse spiegare mella stessa guisa (dato il modo di ottenerli) la differenza tra il valore del potenziale al quale la scarica incomincia e quello in cui essa cessa.

La differenza di potenziale che io ho determinato nelle misure sulle quali riferisco nella presente Nota, è quella corrispondente all'istante in cui l'effluvio elettrico sfuggendo dalla punta riesce a lacerare la massa gassosa interposta; quella cioè che Precht e Tamm indicano con A. P. Nelle mie

(1) Wied. Ann. 49, 174, 1893.
(2) Ann. der Phys. Drude 1901, n. 10, p. 259.
(3) Phil. Mag. Serie V, vol. 6°, pag. 438, 1878.

ricerche mi sono proposto di studiare come questa differenza di potenziale varî al variare della distanza tra punta e disco.

Disposizione sperimentale. — Una macchina di Wimshurt W aveva un polo a terra, l'altro in comunicazione con un grosso condensatore C di cui la armatura esterna era a terra.

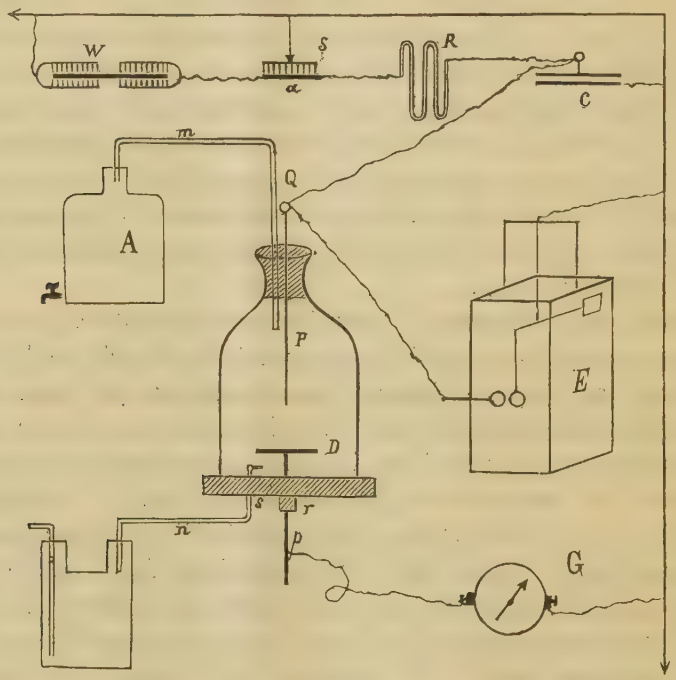

Fig. 1.

Tra la macchina e il condensatore, come ha già fatto Tamm nel lavoro citato, era inserito un disco metallico *a* di fronte al quale era un disco di cartone ricoperto di stagnola e munito di punte S in comunicazione col suolo, che potendosi allontanare ed avvicinare al disco *a*, serviva come valvola; il disco *a* era collegato al condensatore C attraverso una resistenza R, costituita da una soluzione di joduro di cadmio in alcool amilico contenuto in un tubo di vetro paraffinato.

L'armatura interna del condensatore era in comunicazione con la punta dell'apparecchio per la scarica. Questo consisteva in una campana di vetro pel cui collo, attraverso un tappo isolante, passava, a tenuta d'aria, l'asta della punta P e un tubo di vetro *m* che faceva capo all'aspiratore A.

La punta era costituita da una verghetta d'ottone di mm. 1,5 di diametro, lunga 15 cm. accuminata all'estremità inferiore e accuratamente do-

rata. In figura è riportata la forma della punta ingrandita: a era = mm. 0,1; b = mm. 0,06; il raggio della calotta con cui la punta terminava era di mm. 0,02.

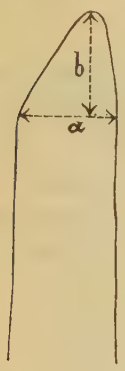

Fig. 2.

La campana era chiusa da un grosso disco di paraffina della altezza di cm. 3, che recava un foro centrale r nel quale poteva scorrere, entro un astuccio di sughero, l'asta metallica p del disco di rame D; per un altro foro s passava il tubo di vetro che recava il gas. Il disco di rame D accuratamente levigato aveva il diametro di 12 cm. e poteva avvicinarsi od allontanarsi a piacere dalla punta. La estremità Q della punta era in comunicazione con la palla fissa dell'elettrometro E.

L'elettrometro fu costruito sul modello di quello descritto da F. Pockels (1): una bilancia di torsione con sospensione bifilare porta alla estremità del braccio di leva una palla di metallo, posta al suolo attraverso i sostegni, la quale trovasi di rimpetto ad una seconda palla metallica fissa. Conoscendosi il momento della sospensione bifilare e potendosi calcolare l'attrazione elettrica delle due palle e il risultante momento di rotazione in misura assoluta (mediante le formule sviluppate da Thomson e Kirchhoff), si può determinare in misura assoluta il potenziale a cui vien caricata la palla fissa.

Circa il modo di eseguire i calcoli colle necessarie correzioni, mi sono attenuto alle norme sviluppate dal Pockels nel citato lavoro.

L'asta p del disco era connessa ad un polo di un galvanometro G molto sensibile (la resistenza della bobina era di 600 ohm e la sensibilità di $\frac{1}{10^5}$ ampère per divisione della scala) di cui l'altro polo era a terra.

L'elettrometro mi dava il potenziale della punta, e il galvanometro mi indicava l'istante in cui la scarica incominciava.

Modo di sperimentare. — Una volta riempito il vaso dell'effluvio del gas da cimentarsi, osservando l'elettrometro incamminavo molto adagio la macchina, potendo contemporaneamente osservare una scala millimetrata trasparente, sulla quale mediante un sistema di riflessione leggevo le deviazioni dello specchio del galvanometro. Quando la punta era molto vicina, per impedire che il potenziale crescesse troppo rapidamente servivano molto bene le punte S e il tubo R. Seguitando a girar lentamente la macchina e spostando le punte S, andavo aumentando gradatamente e lentamente il potenziale della punta, finchè una moderata deviazione del galvanometro mi annunciava il passaggio della scarica dalla punta al disco: la disposizione sperimentale mi permetteva allora di leggere immediatamente la corrispon-

(1) Gött. Nach. 1896.

dente posizione della leva dell'ettrometro che fino a quel momento era andato spostandosi molto lentamente, e rimaneva in equilibrio appena la scarica era incominciata.

RISULTATI.

L'*ossigeno* ottenuto elettroliticamente e privo di vapore acquoso, venne introdotto nell'apparecchio per la scarica e successivamente sperimentato per una distanza tra punta e disco variabile di cm. in cm. da 0,5 a 10 cm. La tabella I e la curva annessa contengono i risultati dell'esperienza.

Nella prima riga compariscono le distanze espresse in cm.; nella seconda i corrispondenti valori della differenza di potenziale in Volt.

TABELLA I.

cm.	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A. P.	—2514	—2679	—2820	—2900	—3027	—3120	—3186	—3200	—3300	—3330	—3348

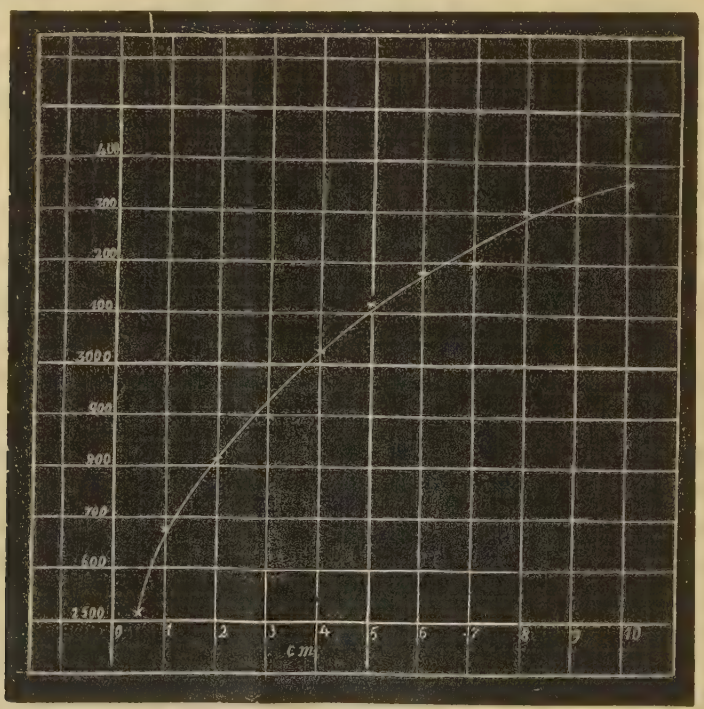

FIG. 3.

In queste esperienze il segno della punta fu mantenuto costantemente negativo; si ebbe cura di far le esperienze stesse, sensibilmente nelle medesime condizioni di temperatura e pressione.

Con molta cura ripetetti le esperienze per l'*aria* perfettamente disseccata, come quel mezzo che mi sembra abbia la maggiore importanza per ricerche di questo genere. Per l'aria volli fare due serie di misure corrispondentemente ai due segni della punta: i risultati sono riportati nelle tabelle II e III e nelle curve annesse, dalle quali apparisce che l'*elettricità positiva* pur sfuggendo a differenze di potenziale più elevate che non la *negativa*, segue per rapporto alle variazioni con la distanza il medesimo andamento.

Tabella II.

Punta negativa.

cm.	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A. P.	−2200	−2450	−2670	−2840	−2915	−3089	−3165	−3270	−3400	−3441	−3480

Tabella III.

Punta positiva.

cm.	0,5	1	2	3	5	7	10
A. P.	+2740	+3024	+3312	+3470	+3780	+4000	+4270

Come la differenza di potenziale A. P. *dipenda dalla natura dei varî gas.* — Tenendo costante a 10 cm. la distanza tra punta e disco, volli determinare questa differenza di potenziale per l'aria secca priva di anidride carbonica; l'idrogeno depurato attraverso una soluzione di nitrato d'argento ed una di permanganato di potassio; l'ossigeno elettrolitico; e l'anidride carbonica ottenuta da carbonato di calcio ed acido cloridrico, e costretta attraverso boccie di lavaggio con acido solforico puro.

La tabella IV contiene i risultati delle esperienze: nella terza colonna compariscono i valori del cammino medio molecolare di ciascun gas come dai dati di Obermeyer (1) e dalle misure di Kundt e Warburg (2) per la temperatura di 15 gradi e la pressione di 760 mm. circa.

Tabella IV.

Gas	Valore di A. P.	Cam. medio molecolare
H_2	— 2150	430×10^{-4}
O_2	— 3350	365
Aria	— 3470	360
CO_2	— 3740	265

(1) Wiener Sitzungsberichte. Bd. 71, 2 pag. 281, 1875.
(2) Wied. Ann. 1884, Bd. 23, pag. 253.

Dal precedente specchietto si vede che la resistenza opposta dal gas al passaggio della scarica va aumentando col diminuire del cammino medio molecolare; tuttavia non se ne può dedurre la proporzionalità.

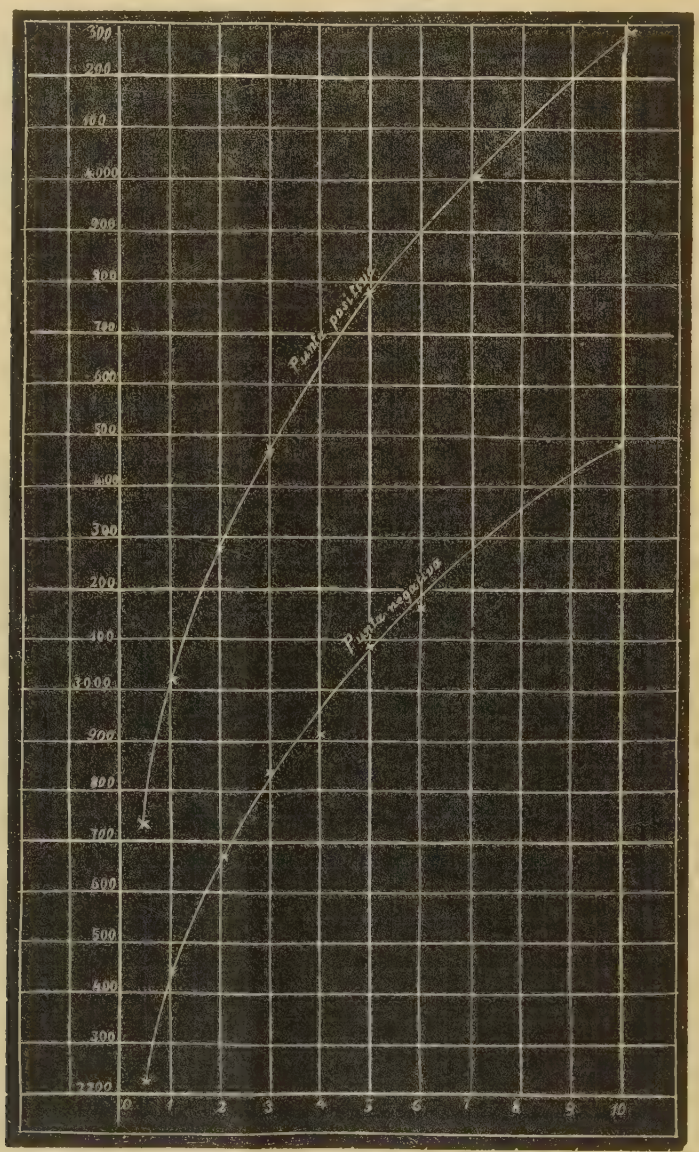

Fig. 4.

Nella tabella V sono riportati i risultati di alcune esperienze fatte nei diversi gas quando la punta aveva segno negativo, e successivamente con segno positivo, con una distanza costante tra punta e disco.

Dalla tabella stessa apparisce che il rapporto tra ciascuna coppia di valori corrispondenti per ciascun gas è sensibilmente costante.

Tabella V.

Gas	A. P. per punta —	A. P. per punta +
Aria	— 2760	+ 3402
O_2	— 2900	+ 3585
CO_2	— 3040	+ 4015

Fisico-chimica. — *Sulla diffusione degli elettroliti sui colloidi.* Nota di G. Galeotti, presentata dal Corrispondente A. Lustig.

Mineralogia. — *Il crisocolla e la vanadinite nella miniera cuprifera di Bena (de) Padru presso Ozieri.* Nota di Domenico Lovisato, presentata dal Socio G. Struever.

Le due precedenti Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Contribuzioni allo studio dei Cimini.* Nota del prof. L. Fantappié, presentata dal Socio G. Struever.

III. *Genesi delle formazioni.*

Con ciò che è stato da me esposto nelle due precedenti Note, si possono stabilire i seguenti punti fondamentali: *a*) che le alture settentrionali dei Cimini da noi considerate sono essenzialmente costituite da masse trachi-andesitiche; *b*) che sotto le masse delle trachi-andesiti dovette elaborarsi il magma trachi-doleritico della Ciminite, che sgorgò poi segnatamente in relazione coll'eruzione del picco terminale Cimino; *c*) che il Peperino, il quale sembra a prima vista sottostante a tutta la formazione, è invece appoggiato lateralmente ai nuclei massicci delle alture, che hanno dato materiali sottostanti e materiali di inclusione al Peperino stesso.

Per interpretare ora queste formazioni dei Cimini e del Peperino, non c'è che da riportarsi col pensiero ai fenomeni generali del vulcanismo: senza dimenticare le condizioni geologiche del periodo nel quale l'attività di questi vulcani venne a svolgersi.

Ho già detto che intendevo esporre delle vedute sommarie e che i limiti e l'occasione del lavoro non mi consentivano di inoltrarmi nei particolari di questioni teoriche; ma credo che non sia inutile accennare a tali vedute, come ho già promesso nella prima parte di queste *Contribuzioni*, non fosse altro per stabilire delle linee direttive secondo le quali possono essere continuate sistematicamente, o discusse, le ricerche sulla regione in base ad una sintesi iniziata sui principali fatti osservabili.

In queste questioni dei vulcani si rischia spesso di subire la tradizione di un formalismo soverchiamente schematico: pel quale le svariate strutture delle formazioni vulcaniche vennero, a scopo dimostrativo, comodamente riassunte nei due termini estremi delle *cupole* tipiche e dei *vulcani stratificati*. Però è appena opportuno ricordare che questi due termini rappresentano delle strutture per così dire *individuali*, mentre nell'estesa serie dei termini intermedî che in fatto si intercalano tra quelle due forme tipiche, ci si trova ordinariamente in presenza di strutture più o meno complesse, complicate poi dai fenomeni di dinamica esterna, pei quali i vulcani, seguendo un ciclo di esistenza come altre formazioni geologiche, sono soggetti prima a delle potenti denudazioni e finalmente allo smantellamento più o meno accentuato. Tuttavia la complessità non è soverchia in queste formazioni del Cimino propriamente detto, il quale è *un vulcano di tipo massiccio*, che ha naturalmente subìto un periodo di elaborazione esterna con speciali effetti per la speciale indole delle azioni che vi si esercitarono.

In accordo coi fatti noti si può ammettere che il primo nucleo igneo interno della formazione sia stato dato da rocce basiche, e relativamente profonde, le quali in seguito ai processi di elaborazione reciproca dei materiali investiti dal fenomeno vulcanico, si ridussero a masse trachi-doleritiche rappresentate principalmente dalla Ciminite.

Le intime relazioni intratelluriche di questa roccia colle masse più acide sovrastanti (nell'interno della plaga vulcanica) delle trachi-andesiti sono mostrate da varî fenomeni a cominciare da quello della giacitura; ma uno di quelli che hanno maggior significato, e che ad una analisi condotta con accuratezza potrebbero rivelare anche alcune modalità di queste relazioni, è la presenza dei sanidini macroscopici *identici* a quelli delle trachi-andesiti, nella massa della Ciminite.

Sotto l'impulso di queste masse trachi-doleritiche dovettero cominciare i primi conati eruttivi che, per la resistenza dei materiali acidi più superficiali sulla direzione del primitivo asse Cimino, dovettero determinare delle tensioni che a quanto apparisce dai caratteri della formazione provocarono delle fratture laterali che si svilupparono specialmente alla periferia dell'area investita: ove l'elaborazione vulcanica non era tale da poter facilmente disporre i materiali a seguire gradualmente l'impulso centrale. Di qui un primo sbocco eruttivo che allentava la primitiva tensione risolvendosi nelle

emissioni periferiche che formarono i monti più o meno distinti come la Pallanzana, il S. Valentino, Montecchio, il Ciliano, il Motterone: accompagnate da scarse proiezioni di materiali (specialmente quelli degli acciottolati già detti) feldspatici più o meno elaborati, di pochi frammenti di occasionale efflusso profondo, e di pochi materiali di contatto rappresentati dai blocchetti a granato ed idocrasio, misti anche a materiali di abrasione appartenenti a rocce incassanti, non escluse le sedimentarie.

Una nuova ripresa centrale, dopo questi intasamenti periferici che potevano offrire maggior resistenza dei riporti sedimentarî alle tensioni provocate dal magma fluido trachi-doleritico che tendeva a salire trascinandosi attorno l'ampia falda di materiali più acidi elaborati sotto forma di trachi-andesiti, dette origine alla grande e complessa massa del Cimino.

Pertanto tra le emissioni periferiche summenzionate e quella centrale del Cimino, che dovette essere lentamente preceduta dalle robuste formazioni delle masse mammellonari delle trachi-andesiti, accavallate successivamente, come già accennammo, dalla cerchia dei monti esterni fino a questa ripida massa centrale, dovette trascorrere un tempo sufficiente (benchè non soverchiamente lungo) per la formazione del grande banco di Peperino, sul quale scesero poi le correnti della Ciminite che si mostrano press'a poco contemporanee all'eruzione del *picco* terminale.

L'ipotesi suesposta relativa ai materiali massicci della regione, è anche in accordo colle induzioni che si possono fare riguardo ad alcuni dei più importanti caratteri litologici del Peperino.

Le lenti brune incluse nel Peperino su allineamenti paralleli tra loro, le quali danno alla roccia in varî punti il già notato aspetto pipernoide, si possono considerare come dovute a lembi più o meno elaborati del solito magma profondo che, mentre si attivavano le reazioni interne tra la sua massa e quella delle rocce più acide involgenti, tendeva a seguire l'efflusso di queste secondo le direzioni di minor resistenza.

A queste lenti così allineate su direzioni parallele, fa notevole riscontro una varietà dei già detti inclusi (V. parte II di queste *Contribuzioni*) costituiti da straterelli di rocce ignee alternanti con altri di evidente origine sedimentaria: la quale varietà è rappresentata da brecce lastriformi, che si mostrano formate da sottili straterelli di materiali giallastri di contatto, alternanti con altri più o meno affini alle trachi-andesiti che si trovano abitualmente disposte con orientazione parallela a quella delle dette lenti.

Le sottili zonature ove la roccia bruna del solito tipo degli inclusi grigiastri e delle suddette lenti alterna coi materiali peperinici fino a simulare i caratteri dello gneis da un lato e quelli delle rioliti, più intimamente, dall'altro, possono intendersi anch'esse dovute a sottili vene di penetrazione periferica del già detto magma meno acido che tende a sorpassare nell'efflusso le masse pastose sovrincombenti.

Gli inclusi che sui tagli della roccia si presentano con area interna chiara feldspatica e con orlo bruno, anch'esso affine alla roccia più basica precedente, hanno il carattere di apofisi di contatto di rocce acide investite dal già detto nucleo cui sembra dovuta l'elaborazione interna delle masse che dettero poi origine alle trachi-andesiti soprastanti.

Finalmente le grandi brecce di roccia grigia scoriacea del tipo trachiandesitico delle alture, ma qualche volta orlate anch'esse da piccoli strati della solita roccia bruna, hanno tutti i caratteri dei materiali trachiandesitici più periferici ed elaborati in presenza di maggiore abbondanza dei materiali fluidi, che, in maggiore o minor copia, con più o meno intima penetrazione delle masse, accompagnano l'efflusso di tutte le rocce vulcaniche.

Quando si cerchi di armonizzare queste interpretazioni coi caratteri generali litologici e di giacitura del Peperino, si è portati spontaneamente a concludere che questo non si presenta precisamente nè coi caratteri di una lava, nè con quelli di un tufo; ma bensì con un insieme promiscuo di caratteri tali che quelli riferibili all'una roccia sono in contradizione con quelli dell'altra.

L'ipotesi lavica pel Peperino è meno contradetta dall'enorme estensione di spandimento che si dovrebbe ammettere che non da certi rimarchevoli caratteri litologici, tra i quali hanno uno speciale significato quelli microscopici gia ricordati. All'ipotesi di un tufo si oppone per contro un altro notevole complesso di caratteri litologici, a cominciare dall'aspetto marcatamente cristallino che assume la roccia specialmente nelle parti meno eccentriche, per passare ad una notevole degradazione di questo carattere verso la periferia, ma soprattutto vi si oppongono i suoi rapporti cronologici e la sua grande affinità colle trachi-andesiti delle alture: le quali si mostrano nello stesso tempo anteriori, troppo intimamente legate tra loro, e troppo simili a questa poderosa formazione peperinica, per poter ammettere che abbiano lasciato posto ad una simile eruzione detritica.

Tenendo conto di tutto si deve ammettere che il « *Peperino è una roccia di formazione secondaria, dovuta in gran parte alla rigenerazione di materiali abrasi dal mantello scoriaceo periferico delle trachi-andesiti delle alture* ».

Questa rielaborazione del mantello scoriaceo esterno delle trachi-andesiti delle alture è il fenomeno più atto a spiegare l'enorme estensione, la grande varietà dei costituenti e la *relativa rapidità di formazione* del banco peperinico.

La friabilità di queste masse scoriacee esterne i cui residui permettono anch'oggi di staccare dei notevoli campioni come quelli da me già citati, spiega anche la presenza dei grandi Sanidini, che si son conservati interi, benchè non di rado *a spigoli arrotondati*, nei luoghi ove il trasporto fu più

limitato, come nel notevole giacimento alla base del piccolo e ripido Monte del S. Valentino, sopra Bagnaia.

L'emissione delle trachi-andesiti allo stato pastoso spiega poi, come le masse interne permettessero soltanto dei rapporti come quelli costatati tra esse e la Ciminite; mentre per le masse esterne come il detto mantello scoriaceo, prossime alle superficie di scorrimento tra la densa pasta trachi-andesitica e le rocce incassanti si dovevano avere rapporti più svariati. A reagire sulla superficie esterna delle masse trachi-andesitiche dovevano concorrere i materiali gassosi, che in quantità più o meno grande dovevano tendere a portarsi all'esterno; poi dovevano aggiungersi i già citati lembi delle masse relativamente più basiche interne tendenti a sfuggire lateralmente per le pressioni idrostatiche derivanti dall'ascensione centrale; finalmente in rapporto con questo mantello esterno si dovevano effettivamente trovare tutti i materiali detritici dovuti allo scorrimento di queste grandi masse effluenti sulle pareti incassanti; materiali che potevano appunto essere tanto di natura ignea, come i blocchi feldspatici citati, quanto di natura sedimentaria (come le argille, i calcari, ecc.), come di contatto quali i blocchi a granato ed idocrasio. Questi materiali assumono nell'insieme una grande importanza a questo riguardo, anche pei loro modi già detti di giacitura; specialmente quando prendono l'aspetto di brecce appoggiate ai rilievi massicci, come nel caso citato sulla sponda destra del « fosso Luparo » presso la base della Pallanzana.

D'altronde i caratteri complessivi del Peperino mentre portano ad ammettere che esso sia una roccia clastica di origine secondaria, non consentono l'ipotesi che esso sia dovuto a degradazione atmosferica: le limitate azioni di coalinizzazione, ed in genere l'insieme dei caratteri della robusta massa che forma l'esteso banco, non sono tali da appoggiare una simile ipotesi. Anzi i lembi fortemente caolinizzati che si trovano, come ho già detto, a coprire il Peperino ordinario tanto sopra Bagnaia quanto sotto Soriano, specialmente in relazione colla massa più recente del Cimino, servono in certo modo di controllo per mostrare qual carattere prendevano queste masse di abrasione quando venivano a formarsi sotto le alternative degli agenti atmosferici. La grande affinità che presenta la costituzione della massa del Peperino con quella dell'Arcose, dovuta ordinariamente a rigenerazione subacquea, farebbe pensare ad una simile origine. In appoggio di questa sarebbe la commistione che si trova tra i materiali del Peperino e quelli sedimentari in varî punti.

Però riguardo a questa commistione che non solo non è continua, ma che spesso si presenta più accentuata in punti ove le argille sembrano tormentate da azioni concomitanti ai fenomeni di trasporto dei materiali rocciosi superiori, può veramente sollevarsi il dubbio se abbia il significato di sedimentazione sincrona colle ultime parti dei materiali pliocenici.

Anche i rapporti che il Peperino mostra coi materiali sedimentarî nella nota località di Arcionello e del podere Ravicini, nelle quali il calcare per le attuali condizioni di giacitura (frammentato in posto tra le argille) sembra corrispondere ad una linea di lido, darebbero degli indizi per una formazione sottomarina del Peperino; ma è ragionevole ammettere che se mai si tratti più probabilmente di un fenomeno limitato ad alcuni punti, mentre mancano i dati positivi per sostenere una simile ipotesi per l' intera formazione del Peperino stesso.

L'aspetto e la giacitura degli acciottolati caotici a materiali feldspatici misti a pochi materiali basici ed a blocchi di contatto, come quello menzionato presso il Ponte a ferro di cavallo sotto Bagnaia ed altri, accennano molto suggestivamente a fenomeni di accumulo glaciale: e sono una indicazione molto interessante riguardo all'origine del Peperino.

Dati i caratteri litologici di questo, la sua giacitura, le sue relazioni colle trachi-andesiti di aspetto decisamente massiccio nelle alture ed il suo immediato riposo su gli acciottolati suddetti in varî punti, si può ammettere che l'enorme e relativamente rapido lavoro pel quale coll'abrasione del mantello scoriaceo delle trachi-andesiti delle alture si è formato il Peperino, sia riferibile alle energiche azioni di riporto diluvio-glaciale che si dovevano esercitare nel periodo quaternario durante il quale si svolsero i più importanti fenomeni eruttivi di questa regione.

Per riguardo alla maniera di manifestarsi di queste azioni diluvio-glaciali ed alle tracce che se ne possono ricercare, non bisogna dimenticare la latitudine, le forme di rilievo ed i materiali disponibili della regione; ma per ciò che riguarda l'indiscutibile importanza di esse in quel tempo si ha un riscontro eloquente nei poderosi fenomeni di riporto che son messi in vista dal terrazzamento della prossima valle del Tevere.

Anche la potente distensione dei tufi lionati a pomici nere nella parte esterna del recinto vicano, la loro penetrazione in valli lontane dalla bocca eruttiva di Vico ed i loro non abbondanti accumuli nelle basse valli interne della formazione Cimina, in contrapposto colla loro assenza sulle parti alte, sono tutti fatti, che si mostrano in appoggio dell'ipotesi che il fenomeno di abrasione e di distensione diluvio-glaciale si sia ampiamente svolto durante lo sviluppo di questa formazione vulcanica.

Quando tratterò del vulcano di Vico, avrò anche occasione di riparlare dei blocchi a granato ed idocrasio che sono uguali a quelli inclusi nel Peperino e si trovano in varî punti dell'orlo del recinto Vicano dalla parte di Ronciglione. Intanto si può ammettere con tutta probabilità che questi siano stati strappati dalle eruzioni vicane ad una falda di contatto della precedente formazione Cimina, precisamente dalla parte orientale ove si intersecano ad angolo rientrante le zone di azione esterna dei due vulcani. In relazione con

ciò la presenza dei blocchi a granato ed idocrasio nel Peperino e negli acciottolati sottostanti ad esso con materiali feldspatici, conferma l'origine degli uni e degli altri da materiali prossimi alla zona esterna di contatto. Fenomeno questo che, come ho già avuto occasione di notare in altri miei lavori, presenta uno speciale interesse in riguardo ai proietti minerali vulcanici, dallo studio dei quali c' è da sperare un notevole contributo per varie questioni non solo di litologia, ma anche di geologia.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società geologica di Sydney; la Biblioteca Reale di Berlino; l' Osservatorio di S. Fernando.

V. C.